

Problema 6: Un aeromobile parte dalla base di Bob Hope ($\varphi = 34^\circ 12' 02'' N$; $\lambda = 118^\circ 21' 31'' W$) e si dirige per ortodromia verso l'aeroporto di Dali ($\varphi = 25^\circ 34' 00'' N$; $\lambda = 100^\circ 14' 00'' E$). Ma, a 570 NM prima del vertice, il pilota decide di seguire il parallelo fino ad intercettare di nuovo l'ortodromia e navigare per lossodromia fino a destinazione. Calcolare la distanza totale percorsa dall'aereo e specificare di quanto si è incrementata rispetto a quella ortodromica.

Inoltre calcolare le coordinate del primo e terzo waypoint, nell'ipotesi in cui si decida di suddividere il percorso ortodromico con 5 waypoints equidistanti longitudinalmente tra loro.

[$m_{tot} = 6685,6 \text{ NM}$; $\Delta m = 90,9 \text{ NM}$; $\varphi_1 = 51^\circ 47' 06'' N$; $\lambda_1 = 141^\circ 55' 36'' W$; $\varphi_3 = 60^\circ 17' 11'' S$; $\lambda_3 = 170^\circ 56' 14'' E$]

Svolgimento

1- Ortodromia tra A e B

Visto che si conoscono le coordinate del punto di partenza e di arrivo, si può subito ricavare la distanza ortodromica tra loro con il teorema di Eulero:

$$\Delta\lambda_{AB} = \lambda_B - \lambda_A = 100^\circ 14' 00'' - (-118^\circ 21' 31'') = 218^\circ 35' 31'' E$$

$$\Delta\lambda_{Eff} = 360^\circ - 218^\circ 35' 31'' = 141^\circ 24' 29'' W$$

$$\cos m_{AB} = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(90^\circ - \varphi_B) + \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_B) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$m_{AB} = \arccos(\sin(\varphi_A) \cdot \sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_A) \cdot \cos(\varphi_B) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}) = 109^\circ, 91 \cdot 60 = 6594,7 \text{ NM}$$

$$\cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB} + \sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \cot \alpha$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} = \cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) - \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} = \tan(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \Delta\lambda_{AB}}{\tan(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}} \Rightarrow \alpha = N 36^\circ, 76 W = 360^\circ - 37^\circ = 323^\circ$$

A questo punto si calcola la $\Delta\lambda$ di ogni singola tratta:

$$\Delta\lambda_{trat} = \frac{\Delta\lambda_{AB}}{n^\circ \text{Tratte}} = \frac{\Delta\lambda_{AB}}{n^\circ \text{waypoint} s + 1} = \frac{141^\circ 24' 29''}{6} = 23^\circ 34' 05'' W$$

2- Calcolo delle coordinate del vertice

Dato che il vertice rappresenta quel punto in cui si forma un angolo di 90° tra la rotta ortodromica e il meridiano passante per il punto, oltre ad essere il punto di massima latitudine e di simmetria dell'ortodromia, si può usare il teorema di Nepero per il calcolo delle coordinate.

$$\cos(\alpha) = \cot(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cot(90^\circ - m_{AV}) = \tan(\varphi_A) \cdot \tan(m_{AV}) \Rightarrow m_{AV} = \arctg\left(\frac{\cos(\alpha)}{\tan(\varphi_A)}\right) = 49^\circ, 69 \cdot 60 = 2981,5 \text{ NM}$$

$$\cos(\Delta\lambda_{AV}) = \sin(90^\circ - m_{AV}) \cdot \sin(\alpha) = \cos(m_{AV}) \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \Delta\lambda_{AV} = 67^\circ 13' 20'' W$$

$$\lambda_v = \lambda_A + \Delta\lambda_{AV} = -118^\circ 21' 31'' - 67^\circ 13' 20'' = 185^\circ 34' 51'' = 360^\circ - 185^\circ 34' 51'' = 174^\circ 25' 09'' E$$

$$\cos(\varphi_v) = \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(\alpha) = \cos(\varphi_A) \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \varphi_v = 60^\circ, 33 = 60^\circ 19' 55'' N$$

3- Ortodromia tra C e V

Poiché è nota la distanza tra il punto e il vertice e poiché abbiamo già calcolato le coordinate del vertice, è possibile ricavare le coordinate del punto C con il teorema di Nepero:

$$m_{AC} = m_{AV} - m_{CV} = 2981,5 - 570 = 2411,5 NM$$

$$\cos(90^\circ - \varphi_C) = \sin(\varphi_V) \cdot \sin(90^\circ - m_{CV})$$

$$\varphi_C = \arcsin(\sin(\varphi_V) \cdot \cos(m_{CV})) = 58^\circ 58' 49'' N$$

$$\cos(\Delta\lambda_{CV}) = \cot g(\varphi_V) \cdot \cot g(90^\circ - \varphi_C) \rightarrow \Delta\lambda_{CV} = \arccos\left(\frac{\tan(\varphi_C)}{\tan(\varphi_V)}\right) = 18^\circ 40' 49'' W$$

$$\lambda_C = \lambda_V - \Delta\lambda_{CV} = 174^\circ 25' 09'' - (-18^\circ 40' 49'') = 193^\circ 05' 58'' = 360^\circ - 193^\circ 05' 58'' = 166^\circ 54' 02'' W$$

4- Lossodromia tra C e D

$$\varphi_C = \varphi_D = 58^\circ 58' 49'' N$$

$$\Delta\lambda_{CV} = \Delta\lambda_{VD} = 18^\circ 40' 49'' W \rightarrow \lambda_D = \Delta\lambda_{VD} + \lambda_V = 155^\circ 44' 20'' E$$

$$\Delta\lambda_{CD} = \lambda_D - \lambda_C = 37^\circ 21' 38'' W = 2241',63 \equiv 2241,63 NM$$

$$m_{CD} = \mu = \Delta\lambda_{CD} \cdot \cos(\varphi_C) = 1155,2 NM$$

5- Lossodromia tra D e B

$$\Delta\lambda_{DB} = \lambda_B - \lambda_D = 100^\circ 14' 00'' - (155^\circ 44' 20'') = 55^\circ 30' 20'' W \cdot 60' \equiv 3330,3 NM$$

$$\Delta\varphi_{DB} = \varphi_B - \varphi_D = 25^\circ 34' 00'' - (+58^\circ 58' 49'') = 33^\circ 24' 49'' S \cdot 60' \equiv 2004,8 NM$$

$$\varphi_{C_D} = 7915,7 \log \left[\tan \left(45^\circ + \frac{\varphi_D}{2} \right) \right] = 4406',8$$

$$\varphi_{C_B} = 7915,7 \log \left[\tan \left(45^\circ + \frac{\varphi_B}{2} \right) \right] = 1587',6$$

$$\Delta\varphi_{C_{DB}} = |\varphi_{C_D} - \varphi_{C_B}| = 2819',2$$

$$\tan \alpha = \frac{\Delta\varphi_{C_{DB}}}{\Delta\lambda_{DB}} \rightarrow \alpha = \arctan \frac{2819',2}{3330',3} = 40^\circ,2 \cong 40^\circ \rightarrow TC = 270^\circ - \alpha = 230^\circ$$

$$m_{DB} = \frac{\Delta\varphi_{DB}}{\sin \alpha} = 3118,9 NM$$

$$m_{TOT} = m_{AC} + m_{CD} + m_{DB} = 2411,5 + 1155,2 + 3118,9 = 6685,6 NM$$

$$\Delta m = m_{TOT} - m_{AB} = 6685,6 - 6594,7 = 90,9 NM$$

6- Calcolo delle coordinate dei waypoints 1 e 3

- Ortodromia A-W1

$$\Delta\lambda_{A-W_1} = \Delta\lambda_{trat} = 23^\circ 34' 05'' W$$

$$\lambda_{W_1} = \lambda_A + \Delta\lambda_{A-W_1} = -118^\circ 21' 31'' - 23^\circ 34' 05'' = 141^\circ 55' 36'' W$$

$$\cot g(90^\circ - \varphi_{W_1}) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(\Delta\lambda_{A-W_1}) + \sin(\Delta\lambda_{A-W_1}) \cdot \cot g \alpha$$

$$\varphi_{W_1} = \arctan \left(\frac{\sin(\varphi_A) \cdot \cos(\Delta\lambda_{A-W_1}) + \frac{\sin(\Delta\lambda_{A-W_1})}{\tan \alpha}}{\cos(\varphi_A)} \right) = 51^\circ 47' 06'' N$$

- Ortodromia A-W3

$$\Delta\lambda_{A-W_3} = \Delta\lambda_{trat} \cdot 3 = 70^\circ 42' 15'' W$$

$$\lambda_{W_3} = \lambda_A + \Delta\lambda_{A-W_3} = -118^\circ 21' 31'' - 70^\circ 42' 15'' = 189^\circ 03' 46'' W = 360^\circ - 189^\circ 03' 46'' = 170^\circ 56' 14'' E$$

$$\cot g(90^\circ - \varphi_{W_3}) \cdot \text{sen}(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(\Delta\lambda_{A-W_3}) + \text{sen}(\Delta\lambda_{A-W_3}) \cdot \cot g\alpha$$

$$\varphi_{W_3} = \arctg \left(\frac{\text{sen}(\varphi_A) \cdot \cos(\Delta\lambda_{A-W_3}) + \frac{\text{sen}(\Delta\lambda_{A-W_3})}{tg\alpha}}{\cos(\varphi_A)} \right) = 60^\circ 17' 11'' N$$